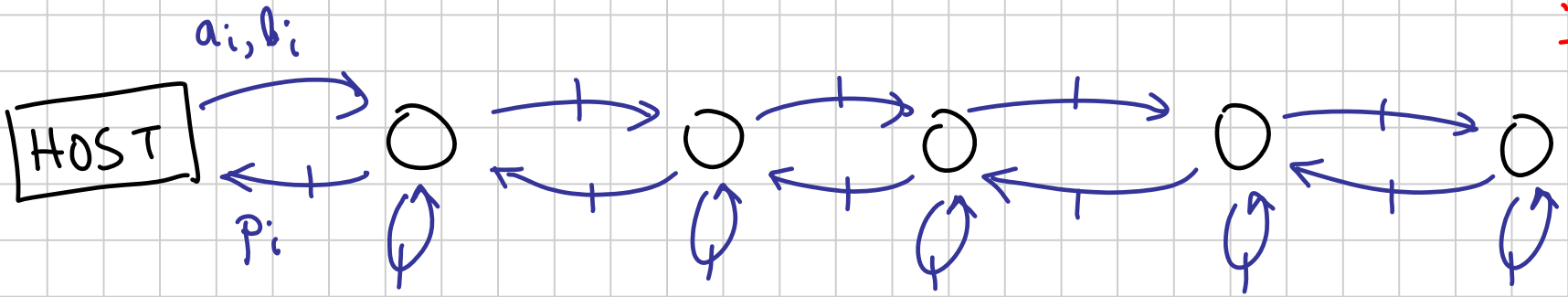
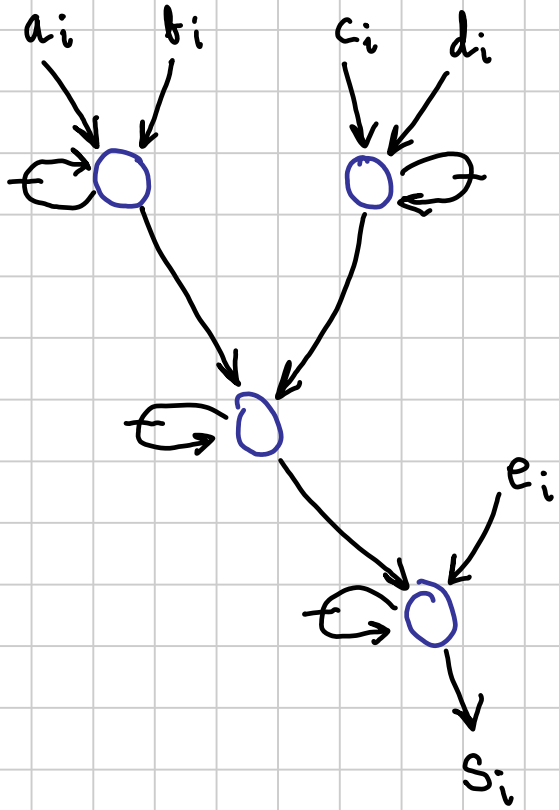
כופל סיסטוליי (Even Litman 1991)

המטרה:



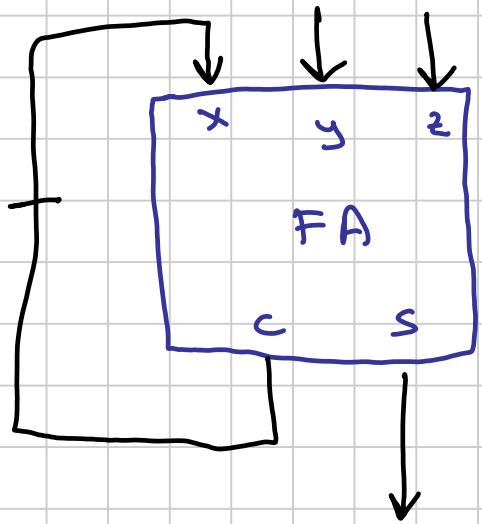
$$\langle p_{2n-1}\, p_{2n-2} \cdots\cdots p_0 \rangle = \langle a_{n-1} \cdots a_0 \rangle \cdot \langle b_{n-1} \cdots b_0 \rangle$$

* כל הצמתים זהים (אוטומט סופי)
* דלגלג לאורך כל קטת בין 2 צמתים.



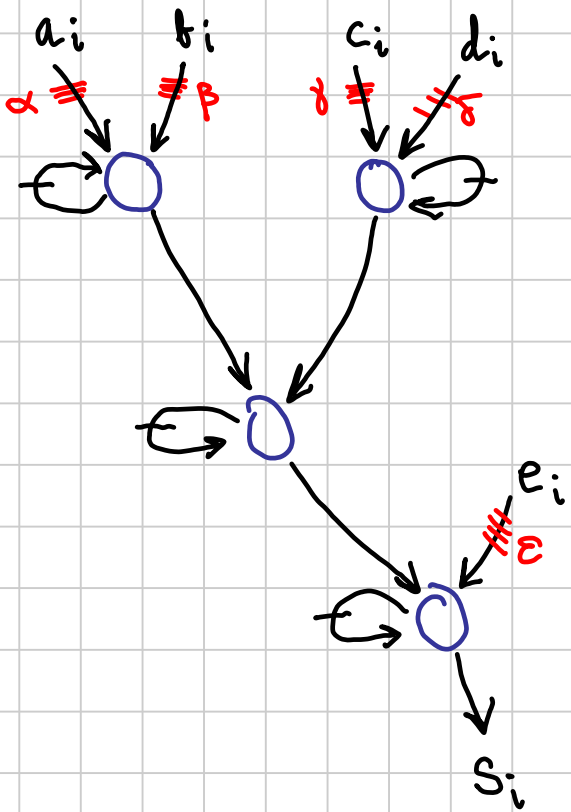
על חיבור

בכל צומת מממש מחבר סדרתי



$$\langle a\rangle + \langle b\rangle + \langle c\rangle + \langle d\rangle + \langle e\rangle = \langle s\rangle$$

הוכרוה: באינדוקציה על מספר הצמתים בעל החיבור



על חיבור עם משקלים בקשתות

נניח לשם פשטות משקלים > 0 רק

בקשתות שמצינות קלטים חיצוניים.

$$\langle s \rangle = 2^{\alpha} \cdot \langle a \rangle + 2^{\beta} \cdot \langle b \rangle + 2^{\gamma} \cdot \langle c \rangle + 2^{\delta} \cdot \langle d \rangle + 2^{\varepsilon} \cdot \langle e \rangle$$

(מקרה תצמון-מחדש שבו $r(HOST) \neq 0$ ..... לכל קלט חיצוני קובעים

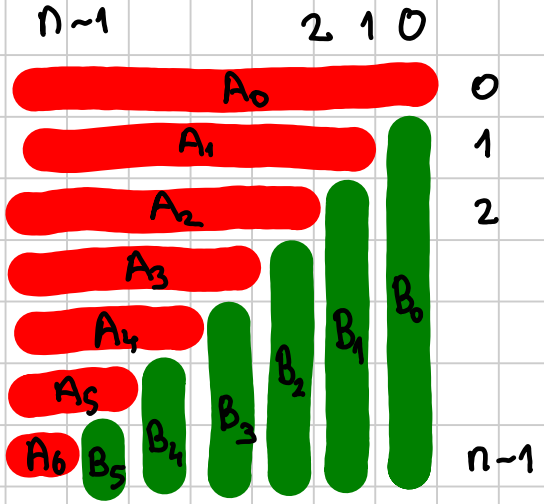
הצבה שונה).

סכום - מכפלה

$$\langle p \rangle = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle$$

$$\Leftrightarrow \quad \sum_{i=0}^{2n-1} p_i 2^i = \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i \right) \cdot \left(\sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j \right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} a_i b_j \cdot 2^{i+j}$$



$$\langle A_i \rangle \triangleq a_i \cdot \sum_{j \geq i} b_j 2^j$$

$$\langle B_j \rangle \triangleq b_j \cdot \sum_{k \geq j} a_k \cdot 2^k$$

$$\langle p \rangle = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\langle A_i \rangle + \langle B_i \rangle \right) \cdot 2^i$$

נניח שהסדרות A_i , B_j מחושבות

$$\cancel{2^i}\cdot A_i = (\overbrace{\underset{0}{0}, \dots, \underset{i-1}{0}}^{i \text{ אפסים}}, \underset{i}{a_i b_i}, \underset{i+1}{a_i b_{i+1}}, \dots, \underset{n-1}{a_i b_{n-1}}, \underset{\dots}{0}, 0, \dots)$$

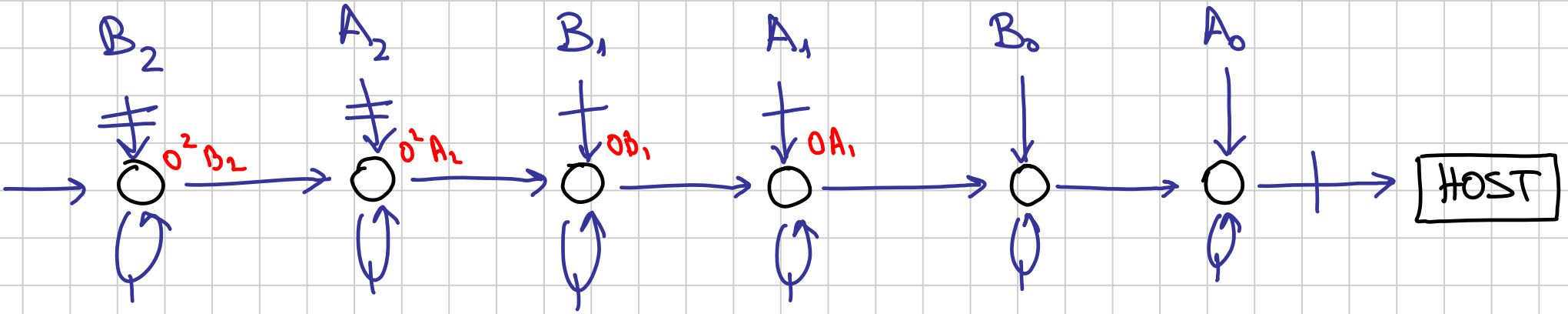
$$\cancel{2^i}\cdot B_i = (\overbrace{\underset{0}{0}, \dots, \underset{i-1}{0}}^{i \text{ אפסים}}, \underset{i}{0}, \underset{i+1}{b_i a_{i+1}}, \dots, \underset{n-i}{b_i a_{n-1}}, 0, 0, \dots)$$

נבנה על חיבור עם משקלים בקשתות המחבר

$$\langle p \rangle = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\langle A_i \rangle + \langle B_i \rangle \right) \cdot 2^i \longleftarrow$$

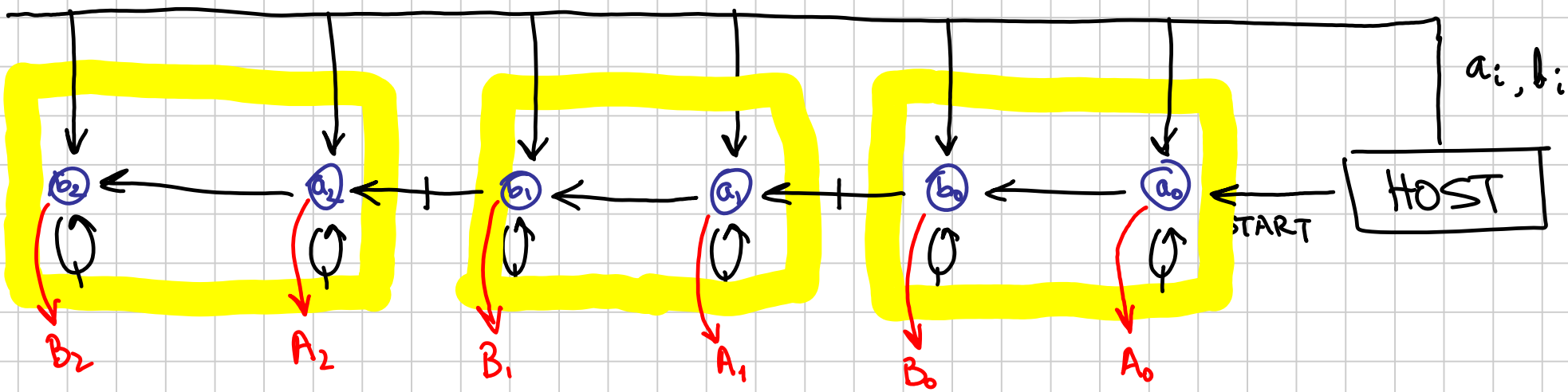
$= \times 2^i$ כמו הזזה ב-i מקומות

מעגל לחישוב המכפלה ע"י הקלטים $\{A_i\}$, $\{B_i\}$



HOST
A⁰
B⁰
A¹
B¹
A²
B²
HOST
A⁰
B⁰
A¹
B¹
A²
B²

איך נייצר את הסדרות $\{A_i\}$ $\{B_i\}$ בצורה מקומית?



תא מסוג a_i: עם קבלת START, מאחסן את a_i בצברון מקומי.

תא מסוג b_i: דומה אבל מאחסן את b_i.

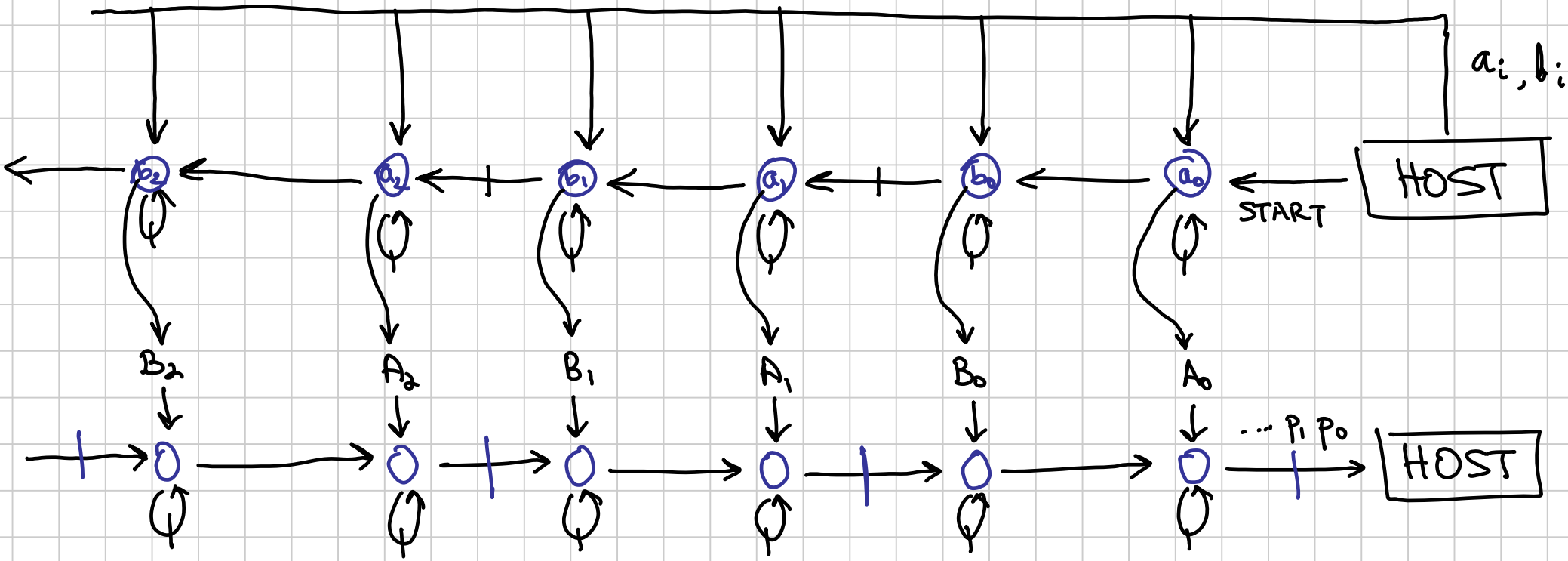
תא a_i: מרגע הגעת START פולט

$$A_i = (a_i b_i, a_i b_{i+1}, \dots, a_i b_{n-1}, 0 \dots 0)$$

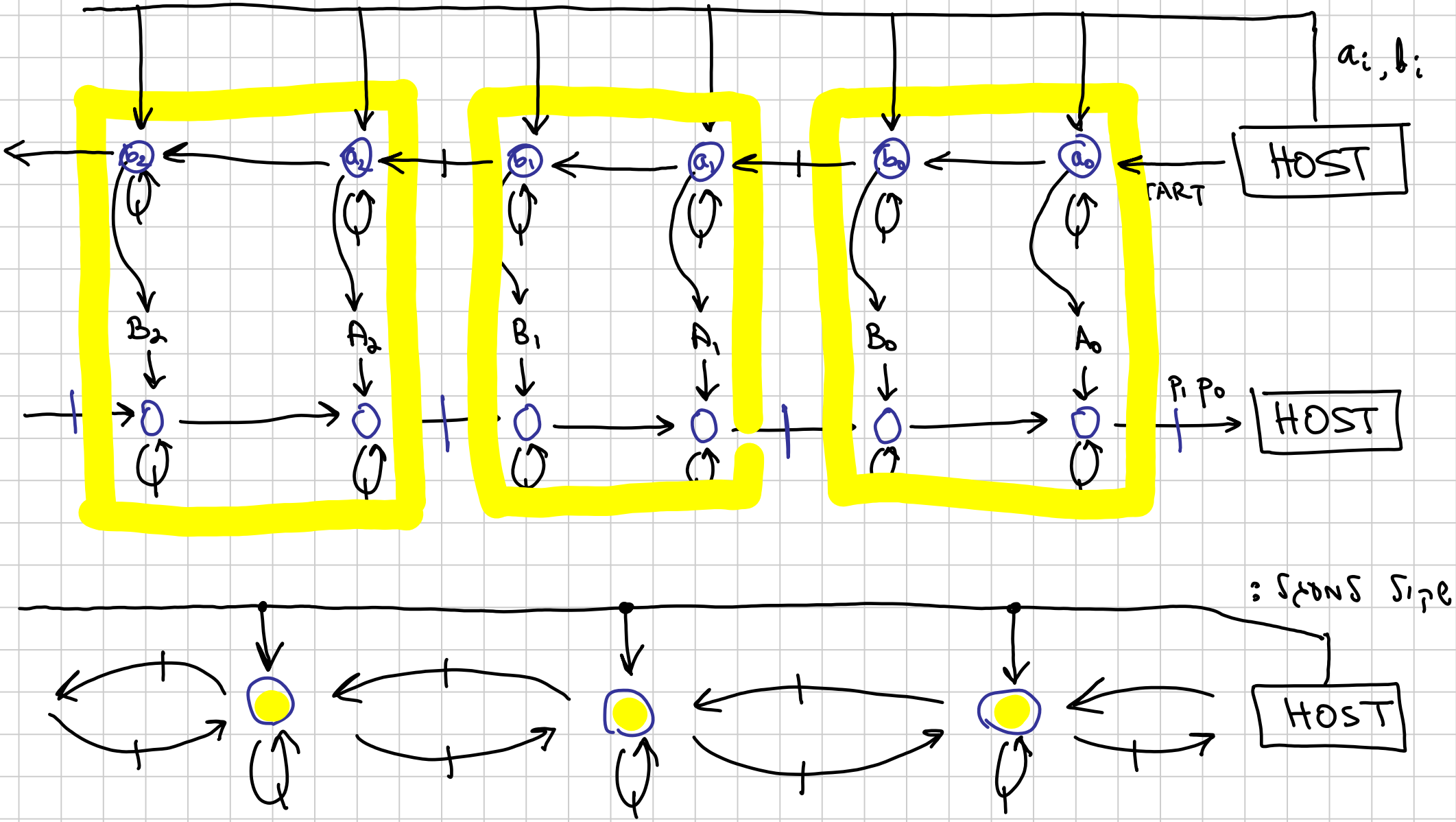
תא b_i: מחכה מחזור אחד אחרי START ופולט

$$B_i = (0, b_i a_{i+1}, b_i a_{i+2}, \dots, b_i a_{n-1}, 0 \dots 0)$$

משלבים את 5 המעגלים לקבלת מעגל סיסטולי עם
כריצה שמחשב מכפלה.



כעת נפעל ר.צוף



ולהיפטר מכריזה במעגל חדי סיסטולי אינו כבר יודעים!