

סריקה של גרף – שיטה 1 - DFS

מצבי צומת: חדש/סרוק

- אתחול: סמן את כל הקודקודים כחדשים
- כל עוד קיים קודקוד חדש u , בצע את הפרוצדורה הרקורסיבית הבאה: (הקלט לפרוצדורה הוא u)
 - סמן את הקודקוד u כסרוק והדפס את u .
 - קרא לפרוצדורה רקורסיבית עם כל שכן חדש v .

מבנה מחשבים

תרגול מספר 2

סדר חלקי

- לא רפלקסיבי: $x \not< x$
- לא סימטרי: $x < y \Rightarrow y \not< x$
- טרנזיטיבי: $x < y \wedge y < z \Rightarrow x < z$
- דוגמא: הכלה ממש של תת קבוצות
- סדר מלא הוא סדר חלקי וגם $\forall x \forall y. x \neq y : x < y \vee y < x$

סריקה של גרף – שיטה 2 - BFS

מצבי צומת: חדש/פעיל/סרוק

- אתחול: סמן את כל הקודקודים כחדשים
- כל עוד קיים קודקוד חדש u :
 - הכנס את u לתור, וסמן אותו כפעיל.
 - כל עוד התור אינו ריק:
 - הוצא קודקוד v מן התור.
 - הדפס את v , וסמן אותו כסרוק.
 - הכנס לתור כל שכן של v שמסומן חדש וסמנו כפעיל.

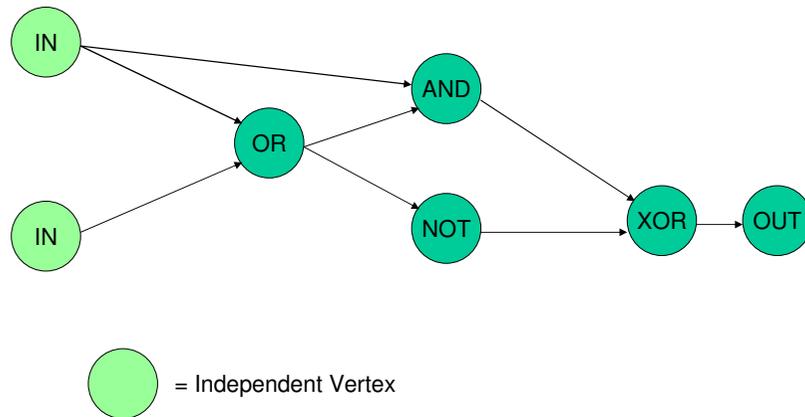
מיון טופולוגי

- נגדיר יחס $>$ על צמתיו של גרף מכוון חסר מעגלים באופן הבא: אם קיים מסלול מכוון מ- u ל- v ב- G , אזי $v > u$.
- טענה: היחס $>$ הוא סדר חלקי הוכחה:
- הפרת אי רפלקסיביות \leq מעגל
- הפרת אי סימטריות \leq מעגל
- טרנזיטיביות: שרשור של מסלולים
- מעוניינים להפוך את $>$ לסדר מלא (להוסיף זוגות לסדר)
- מיון טופולוגי: מיון של סדר מלא שמרחיב סדר חלקי

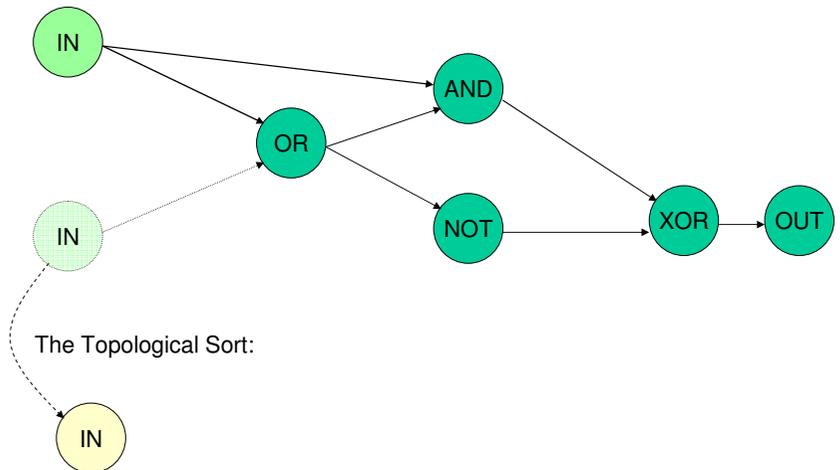
אלגוריתם למיון טופולוגי

- מצא את כל המקורות דהינו, הצמתים שדרגת הכניסה שלהם היא 0, והכנס אותם לתור. (חייב להיות לפחות אחד כזה, אחרת יש מעגל).
- כל עוד התור Q לא ריק:
 - הוצא צומת v מראש התור Q
 - הפחת ב-1 את דרגת הכניסה של הצמתים שנכנסת אליהם קשת מ- v .
 - אם דרגת הכניסה של צומת מתאפסת, הכנס אותו לתור.

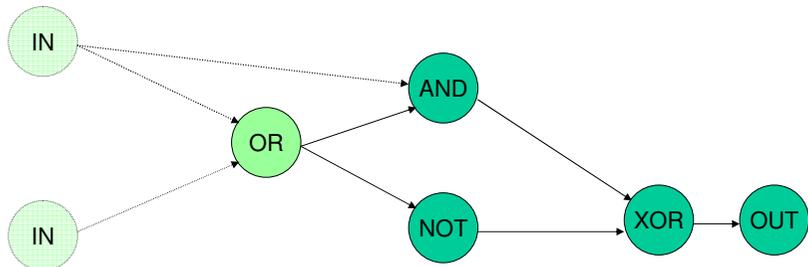
Topological Sort Example



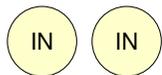
Topological Sort Example



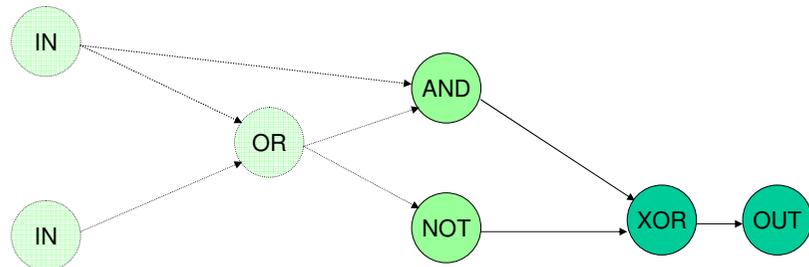
Topological Sort Example



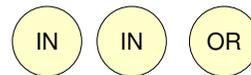
The Topological Sort:



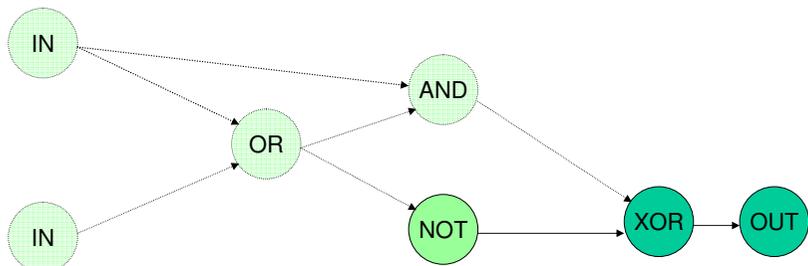
Topological Sort Example



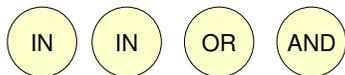
The Topological Sort:



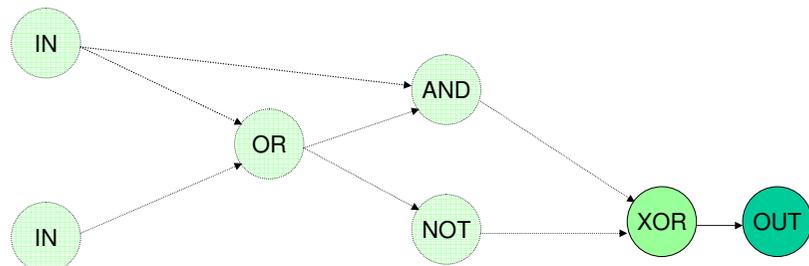
Topological Sort Example



The Topological Sort:



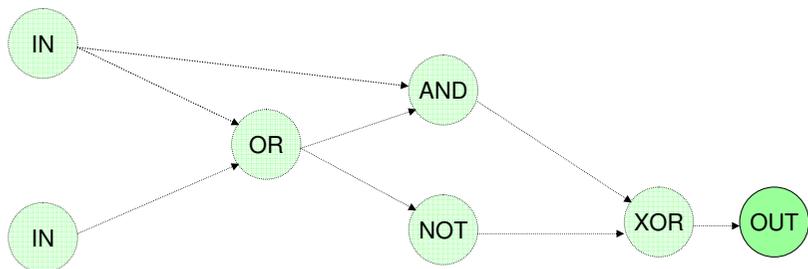
Topological Sort Example



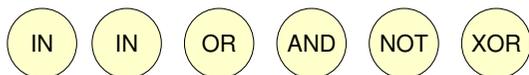
The Topological Sort:



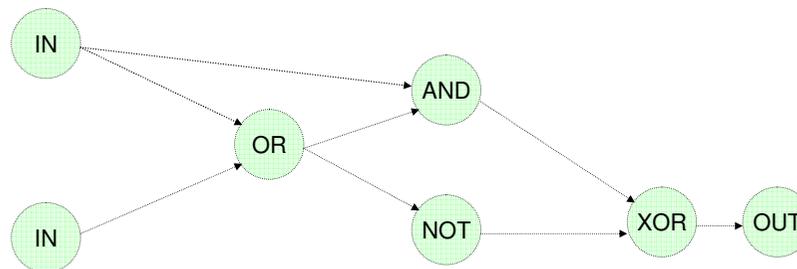
Topological Sort Example



The Topological Sort:



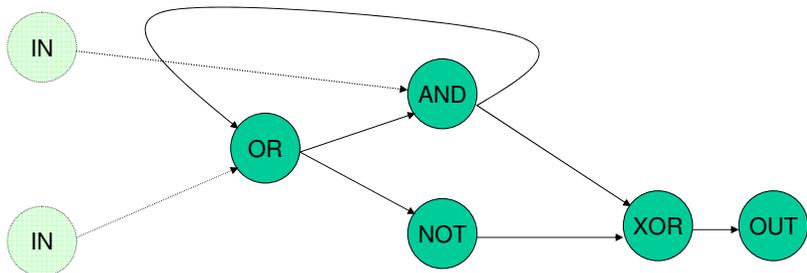
Topological Sort Example



The Topological Sort:



Testing for Cycles during Topological Sort



There are nodes left, but none are independent \Rightarrow Cycle!

נכונות האלגוריתם

- אם האלגוריתם מדפיס את כל הצמתים אזי פולט מיון טופולוגי
 - לכל קשת $(u \rightarrow v)$, v לא יודפס לפני u מאחר ודרגתו היתה $1 \leq$ בעת כניסתו לתור.
- אחרת האלגוריתם לא מדפיס את כל הצמתים
 - נשארנו עם קבוצת צמתים שדרגת הכניסה שלהם $1 \leq$
 - ניתן לראות כי ישנו מעגל

שיבוץ משימות עם קדימויות

- ישנן משימות j_1, j_2, \dots, j_n
- נתון גרף מכוון וחסר מעגלים שמתאר קדימויות:
- $(u \rightarrow v) \leq$ יש לבצע את u לפני ביצוע v .
- נניח משך כל משימה הוא שעה.
- בכמה זמן ניתן להשלים את כל המשימות כאשר מספר הפועלים לא מוגבל.

שיבוץ משימות עם קדימויות

- הרחבה: לכל משימה יש משך $t(j)$
- אפשר למדל ע"י גרף חסר מעגלים (למה?)
- משך התזמון הכי קצר שווה לאורך המסלול הכי ארוך.
- דומה להשהיה של מעגל צירופי!

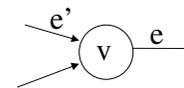
Propagation Delay

$$T_{pd} = \text{Max}_{\text{all paths}} \{t_{pd}\}$$

תמיד קיים לפחות מסלול קריטי אחד.

מציאת ה-Propagation Delay

$$t_{pd}(e) \leftarrow t_{pd}(v) + \max_{e' \text{ מזין את } v} \{t_{pd}(e')\}$$



- מאחר והגרף הוא אציקלי נבצע מיון טופולוגי תוך כדי עדכון ה- t_{pd} של הקשתות היוצאות מצמתים.
- ה- t_{pd} propagation delay הכולל הוא ה- t_{pd} המקסימלי ושייך קשת הנכנסת לצומת יציאה.