

Computer Structure - Spring 2008

Assignment No. 3

Deadline: 10.6 – 10 AM before the beginning of the lecture

1.

Question 4.2 Prove that $\text{DECODER}(n)$ is asymptotically optimal with respect to cost and delay. Namely, prove that, for every decoder G of input length n , the following hold:

$$c(G) \geq \Omega(2^n)$$
$$d(G) \geq \Omega(\log n).$$

2.

Question 4.3 This question deals with the cost and delay of $\text{ENCODER}'(n)$.

1. Prove that $c(\text{ENCODER}'(n)) = \Theta(n \cdot 2^n)$.

2. Prove that $d(\text{ENCODER}'(n)) = \Theta(n)$.

3. Can you suggest a separate circuit for every output bit $x[i]$ with cost $O(2^n)$ and delay $O(n)$? If so then what advantage does the $\text{ENCODER}'(n)$ design have over the trivial design in which every output bit is computed by a separate circuit?

3.

Question 4.5 Provide a direct correctness proof for the $\text{ENCODER}^*(n)$ design (i.e., do not rely on the correctness of $\text{ENCODER}'(n)$). Does the correctness of $\text{ENCODER}^*(n)$ require that $\text{ENCODER}^*(n-1)$ output an all-zeros string when the input is an all-zeros string?

4.

Question 4.7 The designs $\text{ENCODER}'(n)$ and $\text{ENCODER}^*(n)$ lack inverters, and hence are monotone circuits. Is the Boolean function ENCODER_n a monotone Boolean function? Suppose that G is an encoder and is a monotone combinational circuit. Suppose that the input y of G has two ones (namely, $\text{wt}(y) = 2$). Can you immediately deduce which outputs of G must equal one?

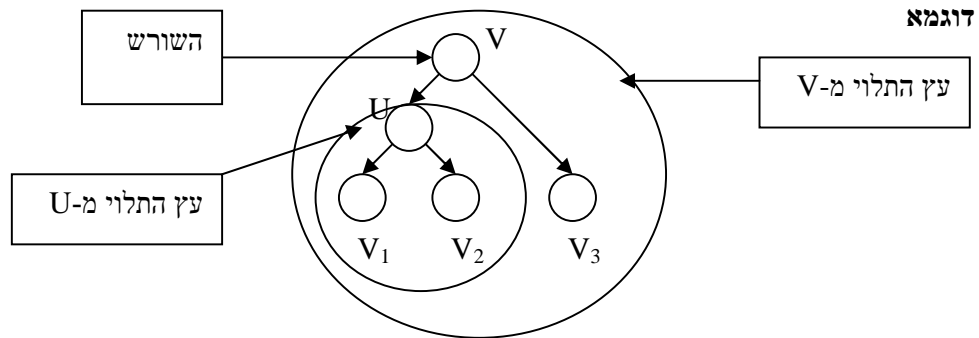
5.

הגדרות:

עץ מושרש: עץ בינארי עם צומת שמסומן כשורש. לכל צומת מגדירים אב (פרט לשורש) ולכל היותר 2 בנים.

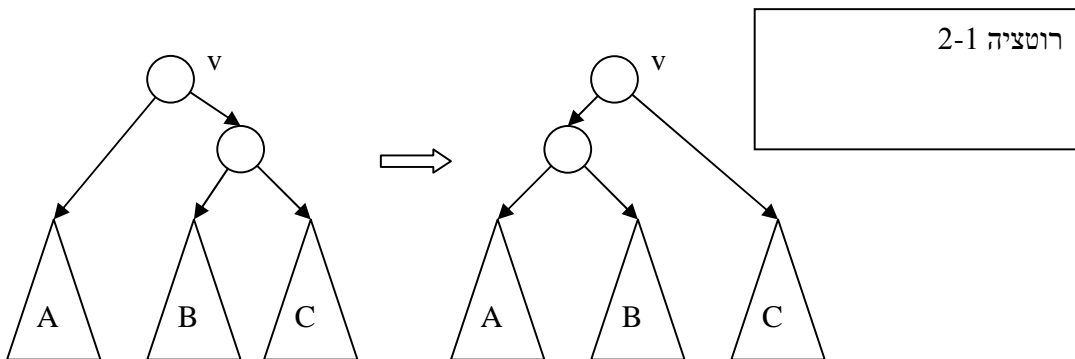
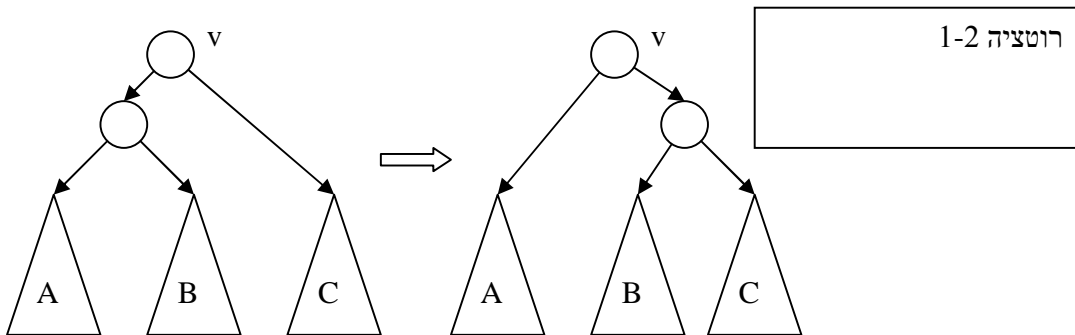
תת עץ תלוי מ-v: תת העץ המושרה ע"י v וכל צאצאיו.

סימון עלים משמאל לימין: כל בן מסומן בתור בן ימני או בן שמאלי. מציירים את העץ תוך כדי הקפדה על הסימון (כלומר בן שמאלי מופיע משמאל לבן הימני) ומסמנים את העלים $v_1..v_L$ לפי הסדר משמאל לימין.



דוגמא

פעולת רוטציה:
 מופעלת על תת עץ T שתלוי מצומת פנימי v (מותר ש-v יהיה שורש).
 הפעולה מחליפה את T לפי הציוור



שימו לב כי פעולות רוטציה משמרות את הסימון של העלים משמאל לימין.

שאלה: יהיו T ו-T' שני עצים בינאריים משורשים. נניח כי ל-T ול-T' יש אותו מספר עלים ונניח כי לכל צומת פנימי ב-T וב-T' יש שני בנים.
 בהנחה כי ל-T ול-T' יש את אותו סימון עלים משמאל לימין, הוכח כי ניתן לעבור מ-T ל-T' ע"י סדרה סופית של פעולות רוטציה.