מבוא למחשבים ספרתיים - אביב 2002

תרגיל בית מספר 1

תאריך הגשה: 15/4/02

1. הוכיחו, תוך שימוש באקסיומות של האלגברה הבוליאנית, את כלל דה-מורגן:

   לכל זוג איברים a,b ב- B, מתקיים:

   $(a + b)' = a'b'$

   $(ab)' = a' + b'$

   רמז: השתמשו בהגדרת המשלים.

2. (למי שרצה לדעת איך הקורס מתמטיקה בדידה משתלב בסיפור:)

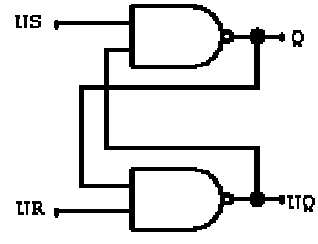
   נגדיר אלגברה של קבוצות:
   תהי S קבוצה. נגדיר את הקבוצה B של האלגברה הבוליאנית כקבוצת החזקה של S (איברי B הם כל תתי הקבוצות של S). נגדיר את פעולת הכפל כפעולת החיתוך בין קבוצות, ואת פעולת החיבור כאיחוד קבוצות.

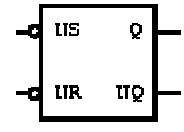
   הוכיחו, שאלגברה של קבוצות היא אלגברה בוליאנית. מהם איברי היחידה של הכפל והחיבור? כיצד תגדירו את פעולת המשלים?

3. להלן תיאור של flip-flop המורכב משני שערי NAND:

S	R	Q	$\overline{Q}$
0	0	undefined	
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	no change	

$\overline{RS}$ flip-flop





   1. אפיינו בעזרת מכונת מצבים את המעגל המתואר. ניתן להניח שהכניסות משתנות בנפרד ובהפרשי זמן מספיק גדולים.
   2. הוכיחו שהמעגל הנ"ל מקיים את האפיון מסעיף א'. פרטו באופן ברור את ההנחות לגבי השערים והגידים (wires), הדרושות להוכחה.

4. **שאלת בונוס:**
   הוכיחו שכל אלגברה בוליאנית היא איזומורפית לאלגברה של קבוצות (משאלה 2).
   מה ניתן להסיק מכך על גודלה של הקבוצה B בכל אלגברה בוליאנית?