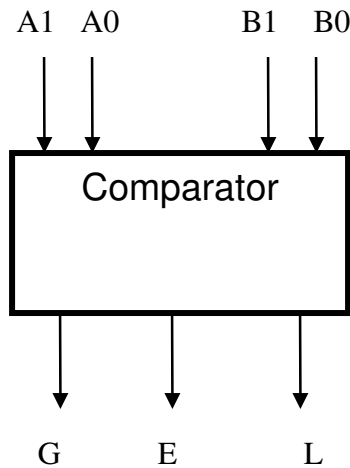


אלגוריתמים לתכנון חמרה: מעגלים ורשתות תרגיל מס' 1

שאלה מס. 1

ברצוננו לבנות משווה למספרים בינריים שהם UNSIGNED ובעלי שני ביטים בלבד. המספר הראשון A מיוצג על ידי המחרוזת (A1,A0) והמספר השני B מיוצג על ידי המחרוזת (B1,B0). ביציאה G מתקבל "1" כאשר $A > B$. ביציאה E מתקבל "1" כאשר $B = A$. ביציאה L מתקבל "1" כאשר $A < B$.



1.1 כמה משווים כאלה, ללא לוגיקה נוספת, נדרשים כדי להשוות שני מספרים של 3 ביטים? (נדרשת השהייה מינימלית) הסבר את תשובתך וצייר את המערכת.

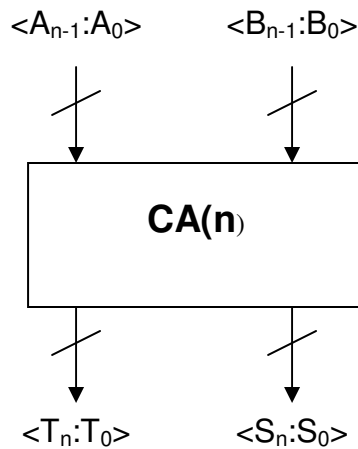
1.2 כמה משווים כאלה, ללא לוגיקה נוספת, נדרשים כדי להשוות שני מספרים של 4 ביטים? (נדרשת השהייה מינימלית) הסבר את תשובתך וצייר את המערכת.

1.3 כמה משווים כאלה, ללא לוגיקה נוספת, נדרשים כדי להשוות שני מספרים של N ביטים? (נדרשת השהייה מינימלית) הסבר את תשובתך וצייר את המתכונ הרקורסיבי של המערכת. מצא את משוואת ההשהייה הכוללת הרקורסיבית בהנחה שהשהייה מכל כניסה של משווה של שני ביט לכל יציאה היא T שניות לכל היותר. מצא גם את סדר הגודל של ההשהייה.

שאלה מס. 2

Compound adder הנו מעגל המקבל שני מספרי unsigned המסומנים $A = \langle A_{n-1}:A_0 \rangle$ ו- $B = \langle B_{n-1}:B_0 \rangle$, בעלי n סיביות (ביטים) כל אחד, ומחשב בזמנית את $S = A + B$ ואת $T = A + B + 1$. לרכיב כזה אין כניסת carry-in.

נסמן את יציאת ה-carry-out של הסכום $A + B$ כ- S_n ואת נסמן יציאת ה-carry-out של הסכום $A + B + 1$ כ- T_n .



2.1 צייר את המתכון הרקורסיבי המאפשר לבנות $CA(n)$ מ- $CA(n/2)$ -ים ורכיבי multiplexer של $2 \rightarrow 1$.

2.2 מצא את המשוואות הרקורסיביות של ההשהיה והמחיר. נסמן ב- T את ההשהיה של רכיב FA (Full Adder) וגם את ההשהיה של כל multiplexer של $2 \rightarrow 1$. מחיר של כל FA הנו 1 וכך גם מחירו של כל mux של $2 \rightarrow 1$. מצא גם את סדר הגודל של ההשהיה והמחיר.

2.3 מה יהי סדר הגודל של ההשהיה אם נתחשב בכך שלכל שער יש fan-out של 2?

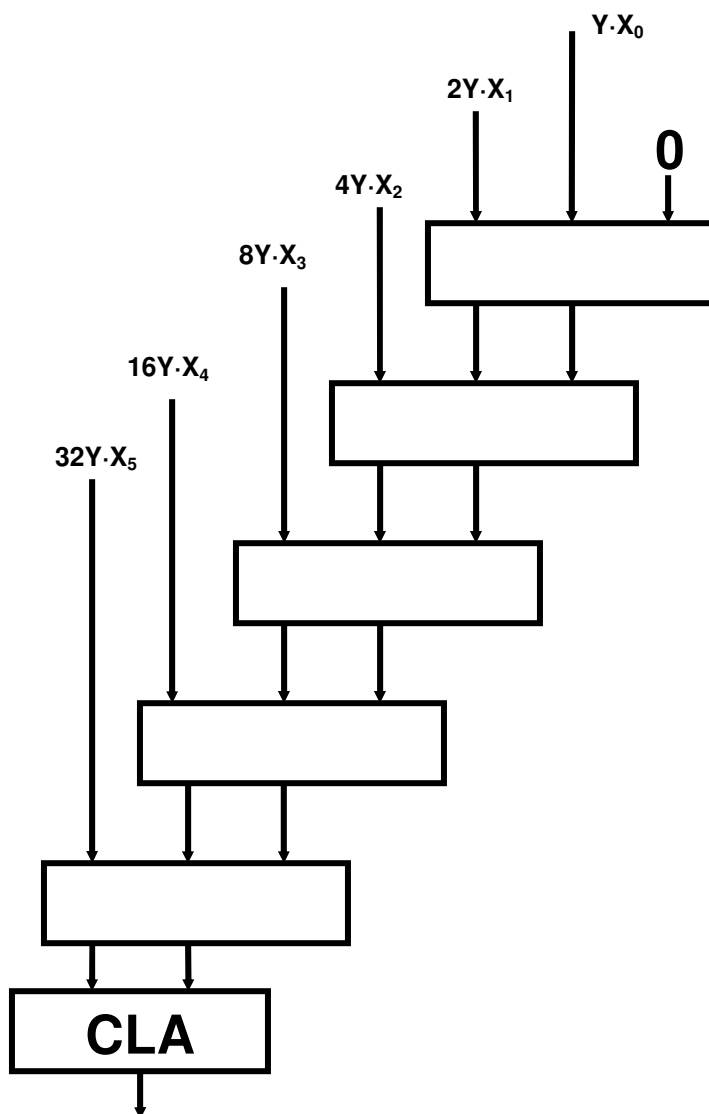
שאלה מס. 3

Design an unsigned 8x8 array multiplier built of tree of CLAs (Carry Look-ahead Adders) . Connect the CLAs in a binary tree structure. The first level should be consisted of 4 pairs of $Y \cdot 2^k \cdot X_k$ and $Y \cdot 2^{k+1} \cdot X_k$ added together. Then, you should add two of the partial results and build the 2nd level of the tree, etc. Note that we seek a design with minimal cost and delay.

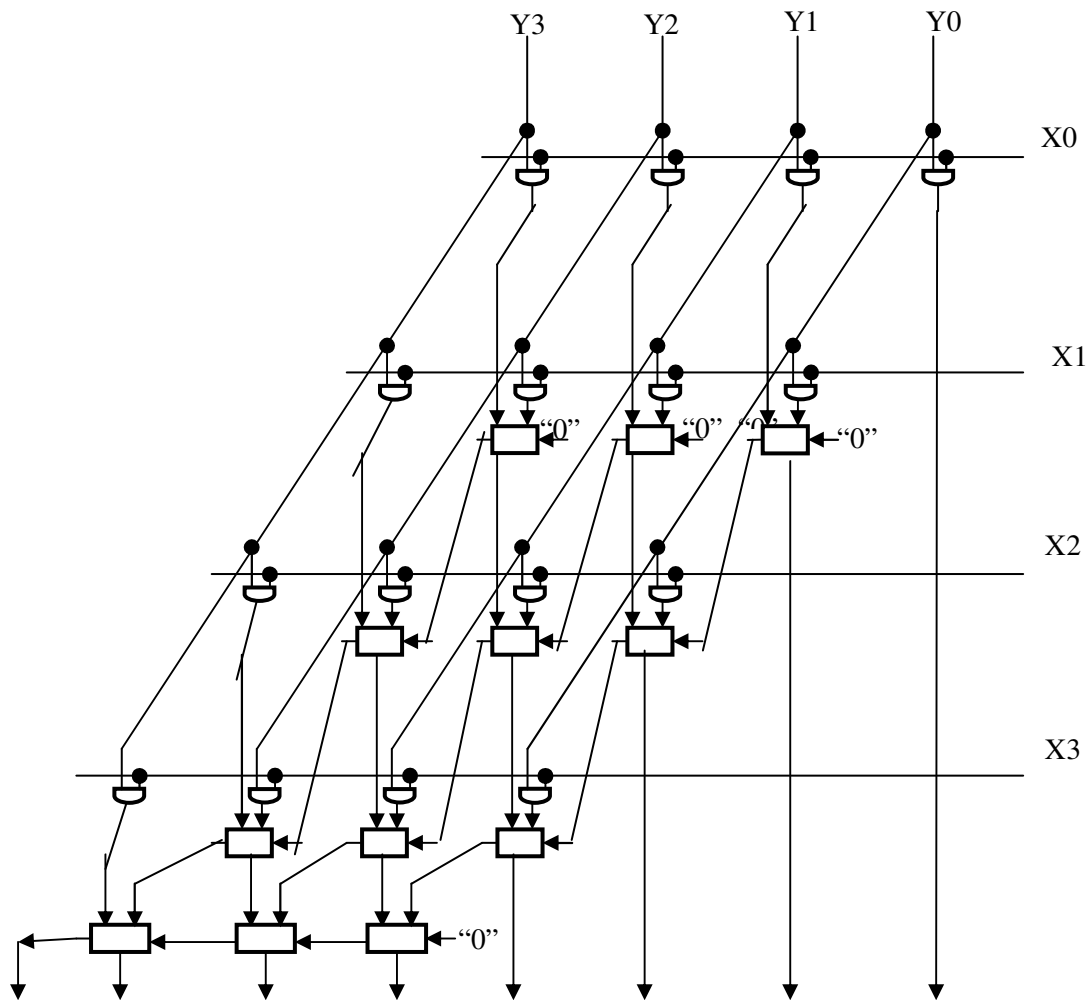
- Draw your design specifying which bits go to which adder.
- Find expressions for the cost and the delay of the multiplier. Assume that the cost of N bit CLA is Nc_0 . Assume that the delay of an N bit CLA is given by $a+b \cdot \log_2(N)$.
- Find the general expression of the cost and delay of such a unsigned NxN CLA tree array multiplier
- Show that the delay is smaller than: $\log_2(N) \cdot [a+b \cdot \log_2(2N)]$

שאלה מס. 4

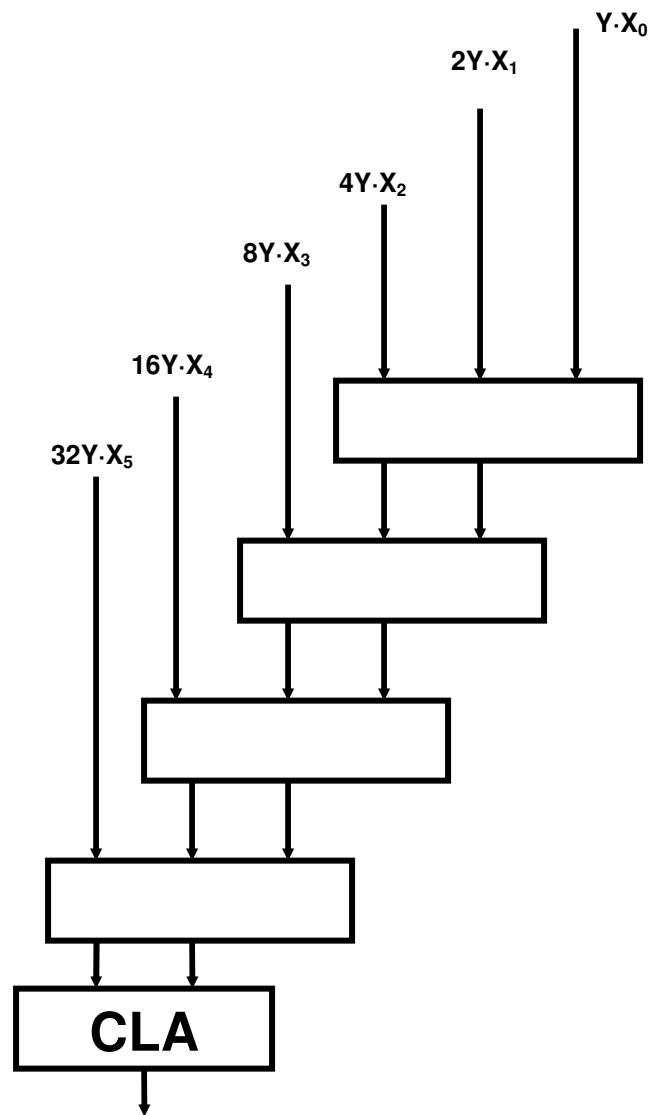
Here is the block diagram of a CSA based unsigned array multiplier:



Here is the detailed design of a 4x4 CSA based unsigned array multiplier which implements the block diagram described in the previous page:

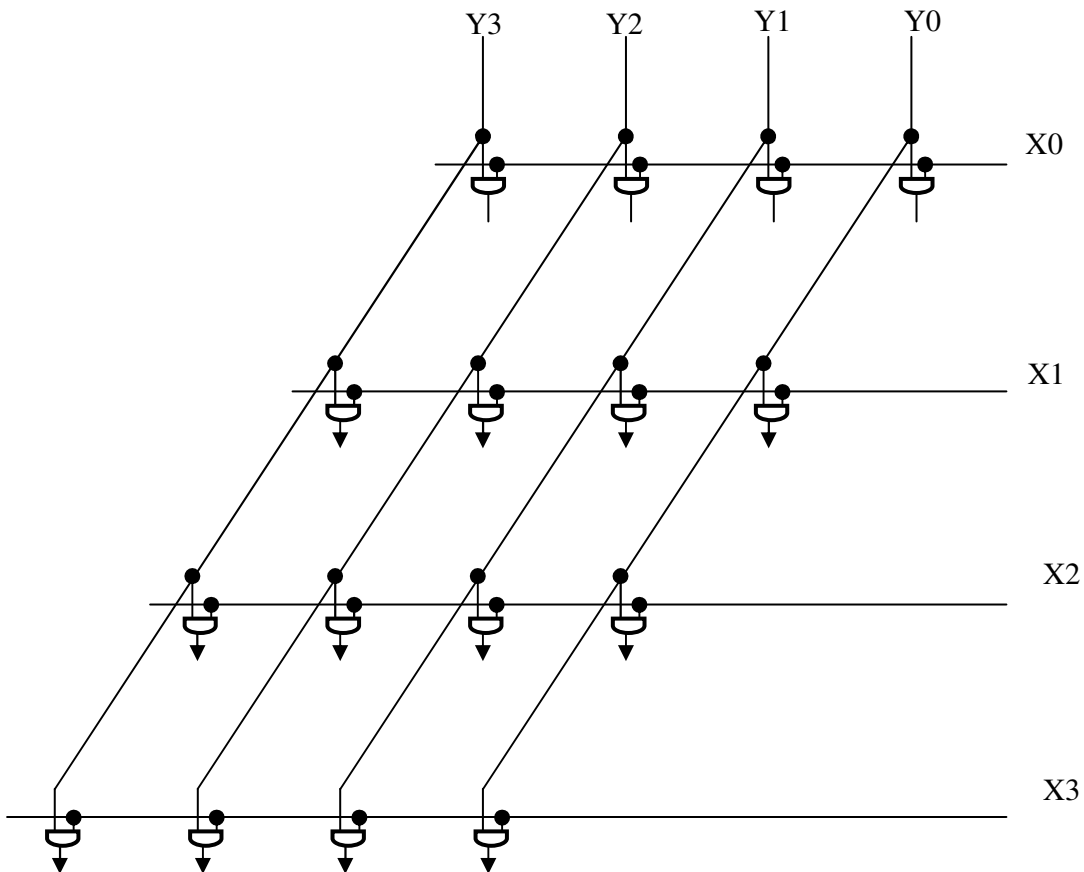


We noticed that the first stage adds zeros. Here is an improved block diagram of a CSA based unsigned array multiplier without adding the zeros:



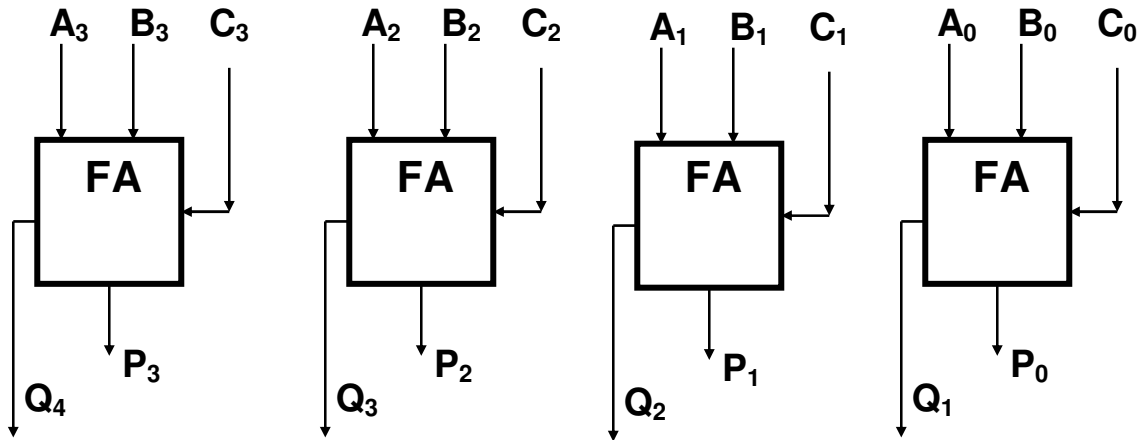
The improvement is meant to save computation time by using less CSA stages, since we add something useful instead of the zeros.

- Draw the detailed design of the new scheme for a 4x4 unsigned array multiplier. Complete your design on the drawing given in the next page.
- Find the cost and delay equations for the original design and for the new design for a NxN multiplier, where the cost is the number of full adders and that a CLA(N) costs as a similar RCA, i.e., N. Assume that the delay of a full adder is 1



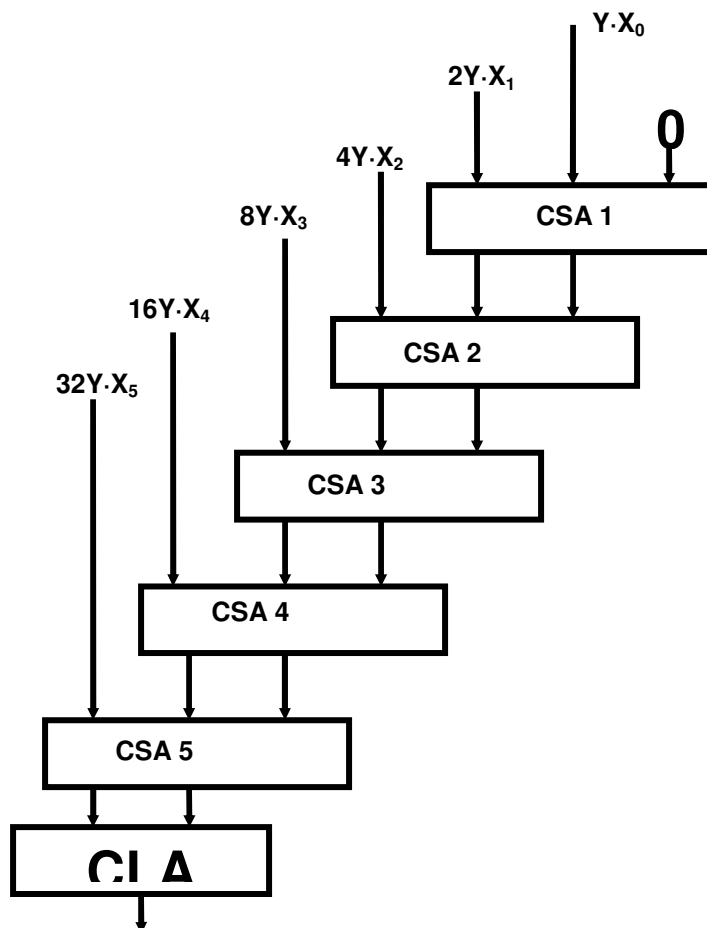
שאלה מס. 5

מחבר מסוג CSA- Carry Save Adder, מקבל שלושה מספרים בעלי N ביטים ומוציא שני מספרים בעלי, N ו- N+1 ביטים:



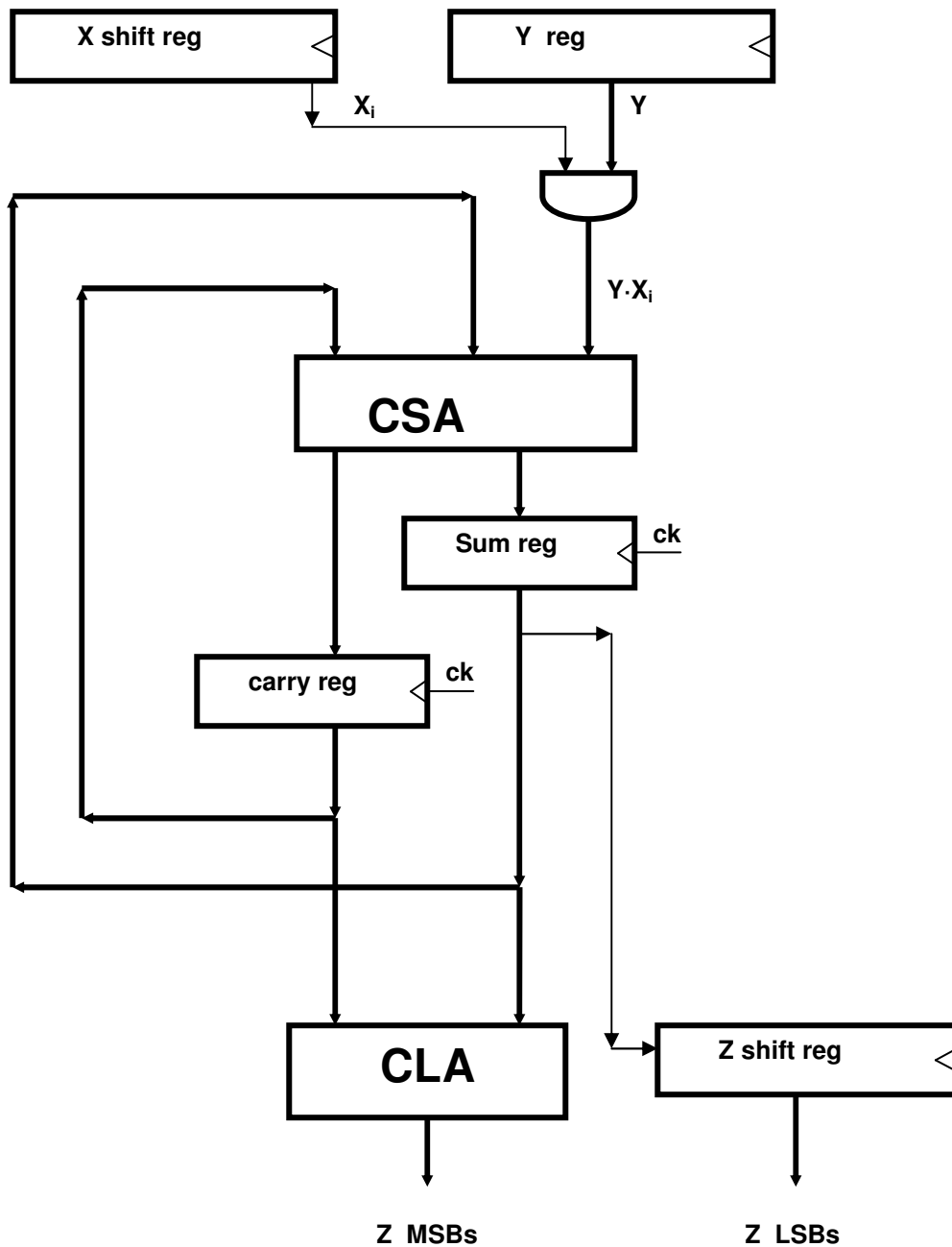
בשרטוט שלמעלה מבצעים חיבור של $A+B+C$ ומקבלים את P ו- Q .

אנו השתמשנו ב- CSA ימים כדי לבנות Array multiplier למספרי Unsigned כדלקמן:

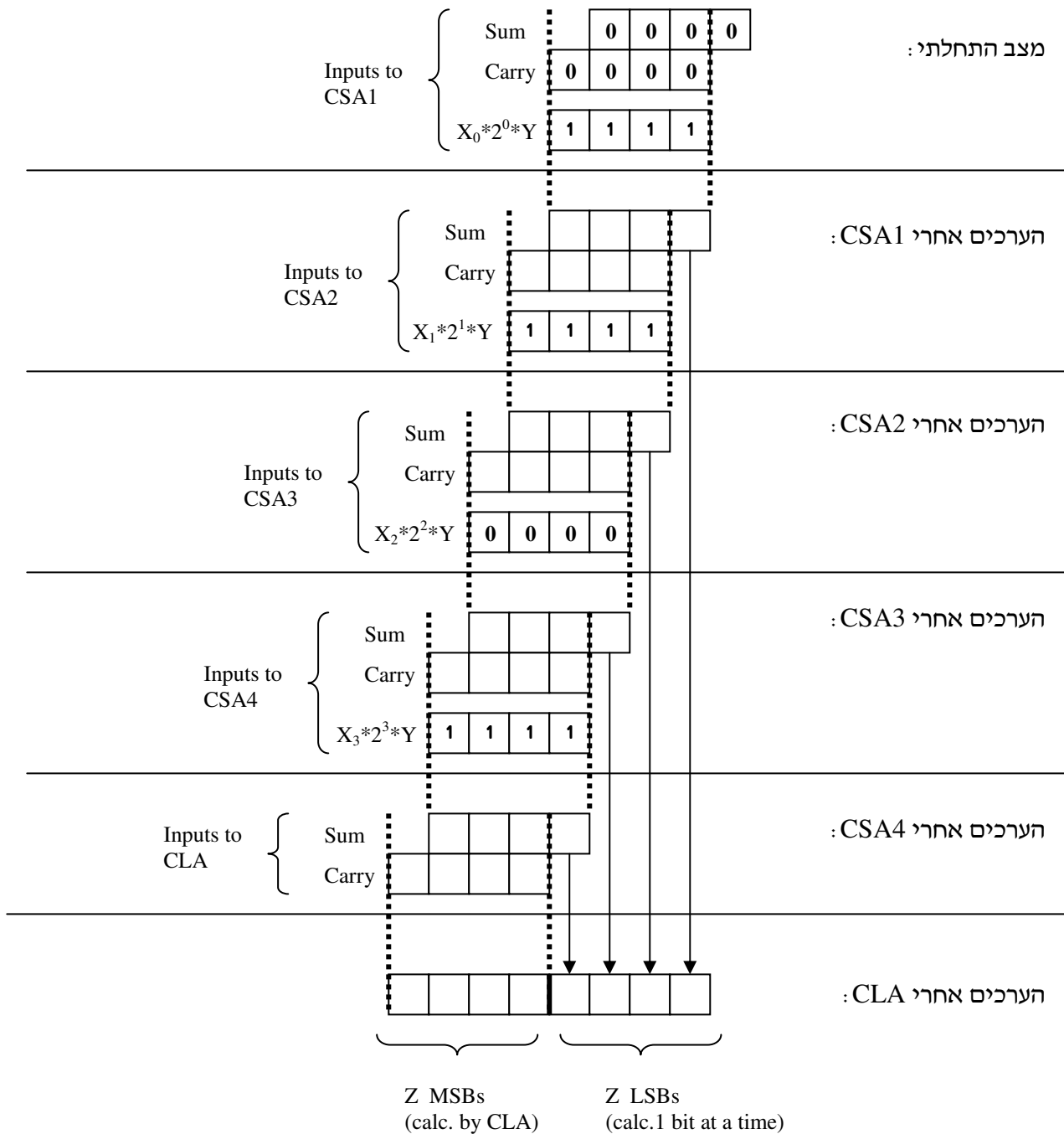


היתרון במחבר CSA הוא בכך שהחישוב בו מהיר. תכונה החשובה של מחבר CSA היא שמ-3 ערכי כניסה הוא מייצר 2 ערכי יציאה, כלומר מקטין את מספר המחבורים. בדרגה האחרונה נאלצנו כמובן להשתמש ב-Carry Look Ahead adder (CLA), שמסכם שני מספרים. במכפל שמצויר בדף הקודם זמן הכפל הינו $(N-1) \cdot T_{CSA} + T_{CLA}$. החיבור נעשה למעשה בטור.

רצוננו להשתמש במחבר CSA בודד ל-N ביטים, כדי לממש מכפל unsigned. הכפל יבוצע ב-N מחזורי שעון, כשבכל מחזור שעון, נזכור את התוצאה והנשא (Carry) באוגרים מתאימים. לאחר N מחזורי השעון, נשתמש ב-CLA כדי לקבל את שאר ביטי התוצאה.

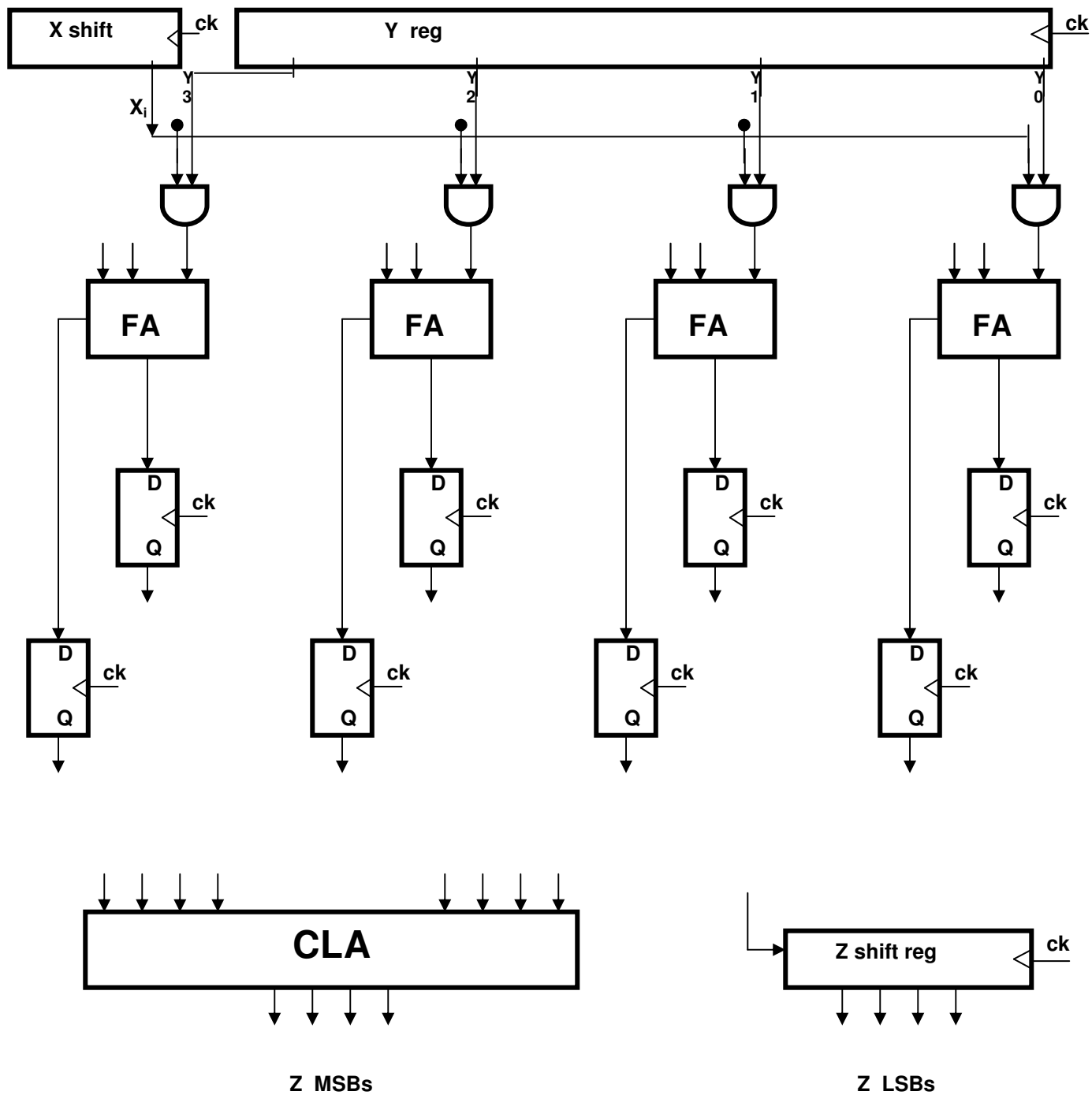


5.1 תאר הכפלה של המספרים $(Y=) [1111]$ ב- $(X=) [1011]$ בעזרת CSA-ים של 4 סיביות על ידי רישום סיביות התוצאה (sum) והנשא (carry) לאחר כל שלב, כלומר לאחר CSA1, לאחר CSA2, לאחר CSA3, ו לאחר CSA4. העזר בציור שבעמ' 6.



תוצאת ה-MSB הינה הסכום של שני הערכים האחרונים של התוצאה (sum) והנשא (carry).

5.2 השלם במדויק את החבורים של מערכת כזו המבצעת כפל Unsigned עבור מספרים בני 4 ביט כל אחד. (העזר בסעיף הקודם).



5.3 כיצד לדעתך יש "לשפץ" את המעגל אם בידנו רק CSA של N סיביות (במקרה שלנו N=4) ואין לנו את ה- CLA הנדרש כדי לחבר את ה- Carry והתוצאה הסופיים?